

АЛТАЕВА АЙЖАН БАКАТКАЛИЕВНАНЫҢ

«8D05404 - Іргелі және қолданбалы математика»
білім беру бағдарламасы бойынша
философия докторы (PhD) дәрежесін алуға

РЕТТЕЛІНГЕН ҚҰРЫЛЫМДАР ҮШІН БИНАРЛЫЛЫҚ ЖӘНЕ САНАЛЫМДЫ КАТЕГОРИЯЛЫҚТЫҢ НҰСҚАЛАРЫ

тақырыбындағы диссертациясына

АҢДАТПА

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Бірінші ретті модельдер теориясындағы классикалық зерттеу объектілерінің бірі толық теориялар болып табылады, олар өз кезегінде тұрақты және тұрақсыз болып бөлінеді. Жиырманшы ғасырдың алпысыншы жылдарының аяғынан бастап модельдер теориясы негізінен тұрақты теориялардың қасиеттерін зерттеу бағытында дамыды, олардың модельдерінің құрылымы туралы көптеген терең теоремалар алынды. Сонымен қатар өлшемдер теориясы, ортогональдылық, модульдік және типтердің тереңдігі сияқты ең қызықты және жемісті идеялар мен әдістер формулалар жиынында табиғи шектеулері бар тұрақты теориялардың ішкі класстарын зерттеуде пайда болды. Атап айтқанда, А. Лахлан мен Дж. Болдвин енгізген күшті минималдылық концепциясы жоғарыда аталған әдістерді жасауға айтарлықтай қатты әсер етті.

Сонымен қатар ұзақ уақыт бойы тұрақсыз теориялар класының ішкі классы болып табылатын сызықтық реттелген құрылымдар классы модельдер теориясы мамандары үшін маңызды зерттеу пәні болды. Осы уақыт ішінде сызықтық тәртіп теориясын кеңейтетін кейбір нақты теориялардың үлгілерін зерттеуде әсерлі нәтижелер алынды. Табысты тәсілдер табылған теориялардың қатарына Пеано арифметикасы, реттелген абельдік топтар теориясы, нақты тұйық өрістер теориясы және сызықтық тәртіп теориясының өзі жатады. Дегенмен, модель теориясында реттелген құрылымдардың жалпы теориясы 1984 жылы Ананд Пиллай мен Чарльз Стейнхорн бірлескен еңбектер сериясына о-минималдылық ұғымын енгізгеннен кейін ғана дами бастады, ол өте жемісті болды. (О-минималдылық ұғымын енгізу Л. ван ден Дристің мақаласынан тікелей шабыттандырылғанын ескерсек, онда ол о-минималды байытуларды $\langle R, < \rangle$ зерттеген). Сызықтық реттелген құрылым о-минималды деп аталады, егер оның формуласының кез келген ішкі жиыны интервалдар мен нүктелердің ақырлы бірлестігінен болса. О-минималды

құрылымның классикалық мысалы нақты сандардың реттелген өрісі болып табылады. Бүгінгі таңда ω -минималдылық тек математикалық логикада ғана емес, сонымен қатар аналитикалық және дифференциалдық геометрияда және функциялар теориясында көптеген қолданбалары бар модельдер теориясындағы өте дамыған сала болып табылады. Функциялар теориясымен және геометриямен тікелей байланысты және көпмүшелік-көрсеткіштік теңдіктер мен теңсіздіктер проекцияларының соңғы санының толықтаушышының өзі проекциясы болып табылатын Алекс Вилканың көрнекті нәтижесін осы жерде атап өтпеуге болмайды, көпмүшелік-көрсеткіштік теңдіктер мен теңсіздіктер, басқаша айтқанда, нақты сандардың реттелген экспоненциалды өрісінің байытылуы толық және ω -минималды теорияға ие. Диссертациялық жұмыс тақырыбының өзектілігі қазіргі модельдер теориясының негізгі бағыттарының бірі – ω -минималдылықты және оның әртүрлі нұсқаларын зерттеу болып табылатындығымен түсіндіріледі.

Бұл жұмыста докторант әлсіз ω -минималдылық тұжырымдамасын зерттеуді жалғастырады. Бинарлық және дерлік ω -категориялық ұғымдар арасындағы байланысты зерттеуге ерекше назар аударылады. Сонымен қатар циклдік реттелген жиындар үшін ω -минималдылықтың нұсқасы болып табылатын әлсіз циклдік минималдылық түсінігі зерттеледі. Кез келген сызықтық реттелген құрылым $\emptyset$ -анықталатын циклдік реттелген құрылым болып табылады және берілген циклдік реттелген құрылым үшін кез келген параметрге қатысты анықталатын сызықтық тәртіп бар. Әлсіз циклдік минималдылық пен әлсіз ω -минималдылық арасында өте тығыз байланыс бар. Дегенмен, бұл түсініктер арасында $\emptyset$ -қатысты анықтауды қамтитын айырмашылықтар бар, осылайша әлсіз циклдік минималдылықты зерттеуге тәуелсіз қызығушылықты анықтайды. Мұнда дерлік бинарлылық және саналымды категориялық ұғымдар арасындағы байланысты қарастырылады.

Зерттеудің мақсаттары мен міндеттері.

Жұмыс әлсіз ω -минималды теориялардағы бинарлық және дерлік ω -категория ұғымдарының өзара байланысын зерттеуге, сондай-ақ әлсіз циклдік минималды теориялардағы дерлік бинарлы және саналымды категориялық ұғымдар арасындағы байланысты зерттеуге арналған.

Зерттеудің міндеттері:

1. ω -минималдылық нұсқаларының жалпы құрылымдық қасиеттерін зерттеу: әлсіз ω -минималдылық және әлсіз циклдік минималдылық.

2. ω -категориялық әлсіз ω -минималды теориялардың қасиеттерін зерттеу.

3. Саналымды категориялық әлсіз циклдік минималды теориялардың қасиеттерін зерттеу.

Қорғауға шығарылатын жағдайлар:

1. Омега-категориялық дерлік толық о-минималдылық теорияларындағы алгебралық емес жұптық әлсіз ортогональды 1-типтердің ерікті ақырлы жиындарының ортогоналдылығы.

2. Омега-категориялық дерлік толық о-минималды теорияларының бинарлығы мәселесін зерттеу.

3. Саналымды модельдердің аз саны бар ақырлы дөңес дәрежесінің әлсіз о-минималды теорияларының дерлік омега-категориялығы.

4. Омега-категориялық дерлік әлсіз о-минималды теориялар үшін бос жиын үстіндегі алгебралық емес 1-типтегі бинарлы окшаулау формулаларының алгебрасын сипаттау.

5. Әлсіз ортогональды емес алгебралық 1-типті жұп бойынша бинарлы окшаулау формулалар алгебрасының жалпылама коммутативтілігінің критерийлері.

6. Бинарлы дерлік дөңестік дәрежесі 1 болатындай саналымды категориялық m -дөңес әлсіз циклдік минималды теорияларын сипаттау.

7. Саналымды категориялық 1-транзитивті емес әлсіз циклді минималды құрылымдардың дөңестік дәрежесі терминындағы дерлік бинарлылық критерийлері.

Зерттеу объектісі – әлсіз о-минималды қасиеті бар сызықты реттелген құрылымдар; әлсіз циклдік минималдылық қасиеті бар циклдік реттелген құрылымдар.

Зерттеу әдістеріне модельдер теориясының классикалық әдістері жатады. Осы әдістермен қатар біз о-минималдылық және о-минималдылықтың нұсқалары сияқты ұғымдарға негізделген реттелген құрылымдарды зерттеу әдістемесін қолдандық. Мұндай жағдайда бір еркін айнымалысы бар формуламен анықталған жиындарға қатаң шектеулер енгізу тән. Осылайша, M о-минималды құрылымын L -құрылым ретінде қарастыруға болады, мұндағы $L \supset L_0 = \{<\}$, $<$ – M -дегі сызықтық реттілік, ал M құрылымының әрбір анықталған ішкі жиыны кванторсыз L_0 -арқылы анықталатын болады.

Бұл басқа ұғымдарды орнатуға мүмкіндік береді: L -ді кейбір басқа белгілі тілмен ауыстырамыз, L -құрылымдарды L_0 -редукцияның шартты түрі (мысалы, сызықтық рет) болатындай етіп қарастырамыз және M құрылымының әрбір анықталатын ішкі жиыны (кванторсыз) L_0 -анықталатын болуын талап етеміз. (бұны берілген теорияның барлық үлгілері үшін талап етуге болады). Кейбір қажетті құралдар жинағының бір бөлігі жұмысты жазу барысында жасалады.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы. Әлсіз о-минималды теорияларды да, әлсіз циклдік минималды теорияларды да зерттеуде жаңа ғылыми нәтижелер алынды.

Зерттеудің теоретикалық және тәжірибелік маңыздылығы: Жұмыс теориялық. Алынған нәтижелерді модельдер теориясында, группалар теориясында, өрістер теориясында қолдануға болады. Алынған нәтижелердің кейбірі реттелген аймағы бойынша деректер қоры сұрауларын зерттеуде қолданылды; атап айтқанда, кеңейтілген сұрауларды шектеулі сұрауларға азайту мәселелері қарастырылды.

Диссертациялық жұмыстың басқа ғылыми-зерттеу жұмыстарымен байланысы. Диссертация «Жаратылыстану ғылымдары саласындағы ғылыми зерттеулер» ғылымын дамытудың басым бағыты, «Математика және механика саласындағы іргелі және қолданбалы зерттеулер» мамандандырылған ғылыми бағыты бойынша «Омега-категориялық реттелген теориялардың құрылымдық қасиеттері» (2020-2022 жылдар, AP08855544) тақырыбында ҚР БҒМ ҒК гранттық қаржыландырудың ғылыми жобасы шеңберінде іске асырылды.

Жұмыстың апробациясы. Диссертация нәтижелері логикалық коллоквиумда (Познань, Польша, 2021), А.И. Мальцевті еске алуға арналған «Мальцев оқулары» математикалық логика бойынша халықаралық конференциясында (Новосибирск, 2020, 2021), «Дифференциалдық теңдеулер мен алгебраның өзекті мәселелері» атты Халықаралық ғылыми конференцияда (Нұр-Сұлтан, 2019), Дәстүрлі халықаралық сәуір математикалық конференциясында (Алматы, 2020, 2021), «Білім мен ғылымдағы математикалық модельдеу және ақпараттық технологиялар» атты халықаралық конференцияларда ұсынылды (Алматы, 2020).

Диссертацияның ғылыми ережелерінің, тұжырымдары мен нәтижелерінің шынайылығы мен негізділігі. Алынған нәтижелер жаңа болып табылады, олар Web of Science және (немесе) Scopus арқылы индекстелген рецензияланатын ғылыми журналдарда жарияланды және о-минималдылық нұсқаларын зерттеуге елеулі үлесін қосады.

Зерттеу мақсаттарының толық орындалуын бағалау. Диссертациялық зерттеуге қойылған барлық тапсырмалар толығымен орындалды. Алынған нәтижелердің сенімділігі мен негізділігі рецензияланатын ғылыми журналдарда жариялануымен, әртүрлі ғылыми конференцияларда баяндалуымен расталады.

Алынған нәтижелерді қолдану бойынша ұсыныстар. Диссертациялық жұмыс теориялық сипатқа ие. Алынған нәтижелерді модельдер теориясы бойынша кейінгі зерттеулерде пайдалануға болады. Диссертацияда дәлелденген көптеген теоремалар бакалавриат пен магистранттарға арналған арнайы курстарға енгізілуі мүмкін.

Жарияланымдар. Диссертация тақырыбы бойынша барлығы 15 мақала жарияланды: 4 мақала импакт-факторы нөл емес халықаралық деңгейдегі Scopus және (не) Web of Science базасына енген журналдарда: Siberian Mathematical Journal, Siberian Electronic Mathematical Reports, Mathematical Notes, Algebra and Logic, 2-уі ҚР Білім және ғылым министрлігінің бақылау комитеті ұсынған журналдарында, және 9 тезис халықаралық ғылыми конференциялар жинақтарында жарияланды және баяндалды.

Диссертацияның көлемі мен құрылымы. Диссертация кіріспеден, алты бөлімнен, қорытындыдан, пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады. Диссертацияның жалпы көлемі – 103 бет, пайдаланылған әдебиеттер тізімінде 71 жұмыс бар.

Диссертацияның негізгі мазмұны. Кіріспе зерттеу тақырыбының өзектілігін; жұмыс мақсаттарын; қорғауға шығарылатын негізгі ережелерді; зерттеу объектілерін; зерттеу әдістерін; ғылыми жаңалықты; зерттеудің теориялық және практикалық маңыздылығын; жұмыстың апробациясын қамтиды.

Бірінші бөлім саналымды модельдердің аз саны бар ақырлы дөңес дәрежесінің әлсіз ω -минималды теорияларының дерлік ω -категориясын зерттеуге арналған.

Екінші бөлім дерлік ω -категориялық толығымен ω -минималды теориялардың бинарлылық мәселесіне арналған.

Үшінші бөлім дерлік ω -категориялық әлсіз ω -минималды теориялар үшін бинарлы окшаулау формулаларының таралу алгебрасын сипаттауға арналған.

Төртінші бөлім саналымды категориялық n -дөңес әлсіз циклдік минималды дөңестік рангі 1 теорияларының толық сипаттамасына арналған, олар дерлік бинарлы болып табылады.

Бесінші бөлім саналымды категориялық әлсіз циклдік минималды теориялардың бинарлы дерлік қажетті және жеткілікті шарттарын табуға арналған.

Қорытындыда диссертациялық жұмыстың негізгі нәтижелері ұсынылып, қорытындыланады.